А.А. БЕКОВ[1], М. Д. ШИНИБАЕВ[2], К.С. АСТЕМЕСОВА[3], Д.И. УСИПБЕКОВА[3]

([1]Институт космических исследований имени академика У.М.Султангазина АО «НЦКИТ»,

г. Алматы;

[2]Южно-Казахстанский государственный педагогический институт, г. Шымкент;

[3]Казахский национальный технический университет им. К.И.Сатпаева, г.Алматы)

КРУГОВЫЕ ОРБИТЫ ИСЗ В СТАЦИОНАРНОМ ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ ЗЕМЛИ

Аннотация

Рассматривается движение ИСЗ в нецентральном поле тяготения Земли. Движение ИСЗ исследуется на основе второй промежуточной орбиты Хилла. Для низкоорбитальных ИСЗ представлена силовая функция задачи в геоцентрических координатах. Выписаны дифференциальные уравнения движения ИСЗ в переменных Хилла. Для орбит эллиптического типа в случае малого наклона к основной плоскости в стационарном поле тяготения представлены полярные координаты. Найдены условия, при котором эллиптический тип движения трансформируется в круговой тип движения. На интервале $\alpha_2 < w < \alpha_1$ получены полярные координаты ИСЗ в стационарном поле тяготения Земли в случае орбит кругового типа. Разработка задач динамики искусственных космических объектов с учетом нецентральности поля тяготения дает возможность определения различных орбитальных параметров для задач динамики космического полета. Полученные результаты имеют дальнейшее развитие с учетом факторов нестационарности поля тяготения. Величина поправок в движении космического аппарата, определяемая небесно-механическими моделями нецентрального поля тяготения, является основой точного определения его траектории.

Ключевые слова: круговые орбиты, поле тяготения, силовая функция, полярные координаты, орбитальные параметры.

Кілт сөздер: айналмалы орбиталар, тартылыс өрісі, күш функциясы, полярлық координаталар, орбиталық параметрлар.

Keywords: circular orbits, the gravitational field, the force function, polar coordinates, the orbital parameters.

Пусть ИСЗ относится к разряду низкоорбитальных, тогда силовая функция задачи в геоцентрических координатах имеет вид [1]:

$$U=\frac{\mu}{2}+\frac{1}{2}\nu r^2+\frac{1}{2}(\nu'-\nu)z^2, \quad \nu'=-\frac{2f(C-A)}{R_{cp}^5}, \quad \nu=-\frac{f(C-A)}{R_{cp}^5}, \; R_{cp}>r_0, \qquad (1)$$

здесь $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, x,y,z – координаты ИСЗ, ν', ν – параметры, которые в стационарной задаче постоянны, а в нестационарной задаче являются функциями времени, μ – гравитационный параметр, $A=B\neq C$, A, C – главные моменты инерции Земли, r_0 – экваториальный радиус Земли.

Дифференциальные уравнения движения ИСЗ в переменных Хилла с учетом (1) можно представить так:

$$d\vartheta=\frac{wdw}{\sqrt{\alpha+Hw^2+2w^3-w^4}}, \qquad (2)$$

$$\frac{d^2s}{d\vartheta^2}+\left(1+\frac{\beta}{w^2}\right)s=0, \quad \frac{dt}{d\vartheta}=\frac{\overline{C}^3}{\mu^2w^2}, \qquad (3)$$

где $H=\frac{2h\overline{C}^2}{\mu^2}$, $\alpha=\frac{\nu\overline{C}^6}{\mu^4}$, $w=\frac{\overline{C}^2}{\mu\rho}$, $\rho^2=x^2+y^2$, $\beta=\frac{(\nu-\nu')\overline{C}^6}{\mu^4}$, $\overline{C}$ – постоянная интеграла площадей, h – постоянная интеграла энергии, $s=\frac{z}{\rho}$ – тангенс широты, ϑ – истинная долгота, α и β – параметры Хилла.

В случае эллиптического типа движения $\alpha>0$, $H<0$ и полином

$$G_4(w)=\alpha+Hw^2+2w^3-w^4$$

имеет корни $\alpha_1>\alpha_2>\alpha_3>\alpha_4$ [2].

Для орбит эллиптического типа в случае малого наклона к основной плоскости в стационарном поле тяготения [1,2] имеем (на интервале $\alpha_2<w<\alpha_1$)

$$\rho=(\rho_{00}+k^2\rho_{02}+k^4\rho_{04})+(k^2\rho_{12}+k^4\rho_{14})\cos\frac{\pi}{K}u+k^4\rho_{24}\cos\frac{2\pi}{K}u+O(k^5), \qquad (4)$$

$$\vartheta=(\vartheta_{00}+k^2\vartheta_{02}+k^4\vartheta_{04})u+(k^2\vartheta_{12}+k^4\vartheta_{14})\sin\frac{\pi}{K}u+k^4\vartheta_{24}\sin\frac{2\pi}{K}u+O(k^5), \qquad (5)$$

$$u=(u_{00}+k^2u_{02}+k^4u_{04})t+(k^2u_{12}+k^4u_{14})\sin\frac{\pi}{K}t+k^4u_{24}\sin\frac{2\pi}{K}t+O(k^5), \qquad (6)$$

где $\rho_{ij}, \vartheta_{ij}, u_{ij}$ – постоянные величины, определяемые через корни полинома $G_4(w)$,

$\mathrm{K} = \int\limits_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}}$ – полный эллиптический интеграл первого рода, t – время.

В случае кругового типа движения $\alpha > 0$, $H < 0$, $e = 0$, т.е. эксцентриситет орбиты равен нулю. Найдем условия, при котором эллиптический тип движения трансформируется в круговой тип движения. Для этого используем метод, изложенный в [3]. При $u = 0$ имеем максимальное значение полярного радиуса

$$\rho_{\max} = \rho_{00} + k^2(\rho_{02} + \rho_{12}) + k^4(\rho_{04} + \rho_{14} + \rho_{24}),$$

и при $u = \mathrm{K}$ его минимальное значение

$$\rho_{\min} = \rho_{00} + k^2(\rho_{02} - \rho_{12}) + k^4(\rho_{04} - \rho_{14} + \rho_{24}).$$

В круговом движении $e = 0$, поэтому учитывая выражения

$$\rho_{\max} = a(1+e), \qquad \rho_{\min} = a(1-e),$$

найдем

$$a = \rho_{00} + k^2\rho_{02} + k^4(\rho_{04} + \rho_{24}), \tag{7}$$

$$e = \frac{k^2}{a}(\rho_{12} + k^2\rho_{14}) = 0, \quad \rho_{12} = -k^2\rho_{14}, \tag{8}$$

здесь a – радиус круговой орбиты при движении ИСЗ в стационарном поле тяготения.

Используя, что $\rho = a$, находим из (3) закон изменения истинной долготы в круговом движении

$$\vartheta = \frac{\overline{C}}{a^2} t \quad \text{или} \quad \vartheta = \vartheta_0 t, \quad \dot{\vartheta} = \vartheta_0. \tag{9}$$

Таким образом, в стационарном поле ИСЗ совершает движение по окружности радиуса $\rho = a$ с постоянной угловой скоростью $\omega = \vartheta_0$.

ЛИТЕРАТУРА

1 *Шинибаев М.Д., Исаков М.Е.* К вопросу орбитального движения ИСЗ в нестационарном поле тяготения Земли //Материалы казахстанско-украинской научно-практической конференции «Современные космические технологии».–Алматы, 2008.– 7-9 октября. С. 153-155.

2 *Шинибаев М.Д.* Поступательное движение пассивно гравитирующего тела в центральном и нецентральном поле тяготения.–Алматы: РИО ВАК РК, 2001.–128 с.

3 *Демин В.Г.* Движение искусственного спутника в нецентральном поле тяготения.– М.: Наука, 1968.–352 с.

REFERENCES

1 Shinibaev M.D., Isakov M.E. K voprosu orbitalnogo dvigenia ISZ v nestazionarnom pole tyagotenia Zemli. Materialy kazahstansko-ukrainskoi nauchno-prakticheskoi konferenzii « Sovremennye kosmicheskie tehnologii». Almaty, **2008**. 7-9 oktyabrya. P. 153-155. (in Russ.).

2 Shinibaev M.D. Postupatelnoe dvigenie pfssivno gravitiruyoushego tela v nezentralnom pole tyagotenia. Almaty: RIO VAK RK, **2001,** 128 p. (in Russ.).

3 Demin V.G. Dvigenie iskusstvennogo sputnika v nezentralnom pole tyagotenia. M.: Nauka, **1968,** 352 p. (in Russ.).

А.А. Беков[1], М.Д. Шыныбаев[2], К.С. Астемесова[3], Д.И. Өсiпбекова[3]

([1]Академик Ө.М.Сұлтанғазин атындағы Ғарыштық зерттеулер институты АҚ «ҰҒЗТО», Алматы қ.;

[2]Онтүстік Қазақстан мемлекеттік педагогикалық институты, Шымкент қ. ;

[3]Қ.И.Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық университеті, Алматы қ.)

ЖАСАНДЫ ЖЕР СЕРІГІНІҢ СТАЦИОНАРЛЫҚ ЖЕР ТАРТЫЛЫСЫ ӨРІСІНДЕ АЙНАЛМА ОРБИТАЛАРЫ

Резюме

ЖЖС қозғалыс центрлік емес Жер тартылыс өрісінде қарастырылады. ЖЖС қозғалысы екінші аралық Хилл орбита негізінде зерттеледі. Төмен орбиталық ЖЖС есептің күштік функция геоцентрік координаталарда берілді. ЖЖС қозғалыс дифференциалдық теңдеулері Хилл айнымалы шамалармен жазылған. Эллиптиң типі орбиталарға, негізгі жазықтыға аз көлбеу кезде стационарлық ауырлық өрісінде, полярлық координаталар берілген. Эллиптик типі қозғалыс айналма типінің қозғалысқа өту шарттары табылған. $\alpha_2 < w < \alpha_1$ интервалында ЖЖС стационарлық Жер тартылысы өрісінде айналма типі орбиталар кезде полярлық координаталар табылған. Жасанды ғарыштық объектлердің динамикасы есептер жасау, центрлік емес ауырлық өрісіні есепке алғанда, ғарыштық ұшу динамикасы есептердің әр түрлі орбиталық параметрларын анықтауға мүмкіншілік береді. Табылған нәтижелер стационар емес ауырлық өрісінің

шарттарды есепке алғанда әрі қарай даму болады. Ғарыш аппарат қозғалыстың түзелу шамалар, центрлік емес тартылыс өрісінің аспан механикасының модельдеріне байланысы оның траекториясын дәл анықтау негіз болады.

Кілт сөздер: айналма орбиталар, тартылыс өрісі, күш функциясы, полярлық координаталар, орбиталық параметрлер.

A.A. Bekov[1], M.D. Shinibaev[2], K.S. Astemesova[3], D.I. Usipbekova[3]

([1]Space research institute named after Academician U.M. Sultangazin JSC "NCSRT", Almaty;

[2]South Kazakhstan state pedagogical institute, Shymkent;

[3]Kazakh national technical university named after K.I. Satpayev, Almaty)

CIRCULAR ORBITS OF ARTIFICIAL EARTH SATELLITE IN STATIONARY EARTH GRAVITATIONAL FIELD

Summary

The motion of AES in non-central Earth gravitational field is considered. Movement of AES is investigated on the basis of the second intermediate Hill orbit. For low-orbit AES the force function of the task is presented in the geocentric coordinates. We write the differential equations of motion of AES in variable Hill. For elliptic orbits, in the case of a small tilt to the main plane in the stationary gravitational field, the polar coordinates are presented. The conditions, under which the elliptical type of motion is transformed into a circular type motion, are founded. On the interval $\alpha_2 < w < \alpha_1$ the polar coordinates for the case of AES in the stationary Earth gravitational field for circular type of orbits are obtained. Development of the dynamics problems of artificial space objects with taking into account the non-centrality of the gravitational field allows us to define various orbital parameters for space flight dynamics problems. The findings are further developed, taking into account factors of non-stationarity of the gravitational field. The value of the corrections to the motion of the spacecraft, which is determined by celestial mechanics models of the non-central gravitational field, is the basis of a precise definition of its trajectory.

Keywords: circular orbits, the gravitational field, the force function, polar coordinates, the orbital parameters.

Поступила 15.07. 2013 г.